



<http://doi.org/10.58225/sw.2023.2-187-196>

## FİZİKİ VƏ HƏNDƏSİ QEYRİ– XƏTTİ LÖVHƏLƏR VƏ YATIQ QABIQLARIN DEFORMASIYASINA DAİR MƏSƏLƏLƏR

Sadiqov İsmayıl Rza oğlu- t.e.d., professor, Mexanika kafedrası, ismayil.sadiqov@azmiu.edu.az

**Xülasə.** Məqalədə lövhələrin və yatıq qabıqların materialının fiziki və həndəsi qeyri – xəttiliyini nəzərə almaqla deformasiya məsələlərinə baxılır. Qoyulan məsələlərin həlli üçün energetik üsuldən istifadə olunur. Bu halda materialın fiziki qeyri – xəttiliyi kubik kik həddli parabola şəklində qəbul olunur: solda bir həddli gərginliklər və sağdaiki həddli deformasiyalar (birinci tərtibli və üçüncü tərtibli). Belə asılılıq deformasiya diaqramının simmetrikliliyini təmin edir. Mühüm üstünlük həm də ondan ibarətdir ki, bu düsturla hesablanan xüsusi potensial enerjinin ifadəsinə deformasiyaların qiymətləri cüt tərtibli şəkildə daxildirlər. Bununla əlaqədar mürəkkəb gərgin halda məsələnin həllini qapalı şəkildə alınması mümkün olur.

Məqalə aşağıdakı üç hissələrdən ibarətdir:

– lövhənin fiziki qeyri – xətti və həndəsi xətti deformasiyası;

– lövhənin fiziki və həndəsi qeyri – xətti deformasiyası;

– lövhələrin və yatıq qabıqların fiziki və həndəsi qeyri–xətti deformasiyalarının təqribi hesablama üsulu.

**Açar sözlər:** lövhə, yatıq qabıq, fiziki və həndəsi qeyri – xəttilik, energetik üsul, deformasiyanın potensial enerjisi, təqribi hesablama üsulu, kubatur düsturla hesablama

**I. Lövhənin fiziki qeyri– xətti, həndəsi xətti deformasiyası.** Konturu üzrə oynaqlı bərkidilmiş, ortasında  $F$  topa qüvvəsi ilə yüklənmiş düzbucaqlı lövhəyə baxaq. Məsələnin energetik üsulla həllini nəzərdən keçirək. Bu məqsədlə lövhənin deformasiyasının xüsusi potensial enerjisini aşağıdakı şəkildə qəbul edək:

$$\bar{U} = \int_0^{e_i} \sigma_i de_i \quad (1)$$

Lövhənin materialının fiziki qeyri – xəttiliyini

$$\sigma_i = Ee_i - E_1e_i^3 \quad (2)$$

şəklində qəbul edirik. (2) – ni (1) – yerinə yazıb alırıq:

$$\bar{U} = \frac{1}{2} Ee_i^2 - \frac{1}{4} E_1e_i^4, \quad (3)$$

burada  $e_i$  gərginliklər intensivliyi ifadəsini müstəvi məsələdə olduğu kimi [1] – dəki (17.01)

$$e_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{6(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_x \varepsilon_y) + \frac{3}{2} \gamma_{xy}^2}$$

düsturundan kökaltından  $\sqrt{6}$  – ni çıxarsaq, alırıq:

$$e_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_x \varepsilon_y + \frac{1}{4} \gamma_{xy}^2}, \quad (4)$$

burada

$$\varepsilon_x = -z\chi_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad \varepsilon_y = -z\chi_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad \gamma_{xy} = -2z\chi_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (5)$$

Lövhənin bütövlükdə deformasiya enerjisini təyin etmək üçün (3) ifadəsini lövhənin bütün həcmi üzrə inteqrallayırıq:

$$U = \int_{-a}^{+a} \int_{-b}^{+b} \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \left( \frac{1}{2} E e_i^2 - \frac{1}{4} E_1 e_i^4 \right) dx dy dz \quad (6)$$

(5)-i (4)-də nəzərə alınmış ifadəni (6)-da yerinə yazıb  $z$  -ə görə inteqrallayaraq alırıq:

$$U = \int_{-a}^{+a} \int_{-b}^{+b} \left[ \frac{2}{9} E h^3 \left( \chi_x^2 + \chi_y^2 + \chi_x \chi_y + \frac{1}{4} \chi_{xy}^2 \right) + \frac{4}{45} E_1 h^5 \left( \chi_x^2 + \chi_y^2 + \chi_x \chi_y + \frac{1}{4} \chi_{xy}^2 \right)^2 \right] dx dy \quad (7)$$

Baxılan məsələdə əyintilərə nisbətən  $u$  və  $g$  yerdəyişmələri çox kiçik olduğundan nəzərə alınmır. Əyintilər funksiyasını aşağıdakı şəkildə qəbul edirik:

$$w(x, y) = w_o w_x w_y \quad (8)$$

burada  $w_o$  – lövhənin orta nöqtəsinin əyintisi,  $w_x$  və  $w_y$  əyintilər funksiyaları şəklində qəbul edilir:

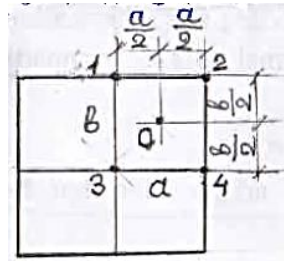
$$w_x = \frac{k+2}{k+1} \left( 1 - \frac{x}{a} \right) \left[ \frac{\left( 1 - \frac{x}{a} \right)^{k+1}}{k+2} - 1 \right];$$

$$w_y = \frac{k+2}{k+1} \left( 1 - \frac{y}{b} \right) \left[ \frac{\left( 1 - \frac{y}{b} \right)^{k+1}}{k+2} - 1 \right]; \quad (9)$$

Bu ifadələr qeyri-xətti elastiki materialdan olan tirin əyilmiş oxunun lövhədəki eyni sərhəd şərtləri üçün tərtib olunmuşlar. (8) ifadəsini (7) - də yerinə yazıb (5) - i nəzərə almaqla [2] potensial enerjisini əyintilər funksiyası ilə ifadə edirik:

$$U = \int_{-a}^{+a} \int_{-b}^{+b} \left\{ \frac{2}{9} E h^3 \left[ \left( w_x'' w_y \right)^2 + \left( w_x w_y'' \right)^2 + w_x'' \cdot w_y'' - w_x'' \cdot w_y'' + \left( w_x' w_y' \right)^2 \right] - \frac{4}{45} E_1 h^5 \left[ \left( w_x'' w_y \right)^2 + \left( w_x w_y'' \right)^2 + w_x'' \cdot w_y'' w_x \cdot w_y + \left( w_x' \cdot w_y' \right)^2 \right]^2 \right\} dx dy \quad (10)$$

Bu ifadədə  $x$  və  $y$  - ə görə inteqrallama təqribi aparılır. Bu məqsədlə lövhənin düzbucaqlı sahəsini dörd hissəyə bölünür (şəkl. 1) və  $\chi_i$  funksiyasının 0, 1, 2, 3, 4 nöqtələrdəki qiymətləri hesablanır.



Şəkil 1.  $x$  və  $y$ -ə görə inteqrallama

burada iştirak edən  $w'_x, w'_y, w''_x$  və  $w''_y$  funksiyalarını (9) funksiyalarını diferensiallayaraq alırıq:

$$\left. \begin{aligned} w'_x &= \frac{k+2}{k+1} \cdot \frac{1}{a} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{x}{a} \right)^{k+1} \right]; \\ w'_y &= \frac{k+2}{k+1} \cdot \frac{1}{b} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{y}{b} \right)^{k+1} \right]; \\ w''_x &= (k+2) \cdot \frac{1}{a^2} \left( 1 - \frac{x}{a} \right)^k; \\ w''_y &= (k+2) \cdot \frac{1}{b^2} \left( 1 - \frac{y}{b} \right)^k \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

(10) ifadəsindən potensial enerjisini təyin etmək üçün  $x$  və  $y$  dəyişənlərinə görə inteqrallamanı təqribi olaraq riyazi analizlə ədədi üsullarından istifadə olunur [3]. Lövhəyə təsir edən  $F$  topa qüvvənin gördüyü iş

$$V = F \cdot w_o, \quad (12)$$

Baxılan sistemin tam enerjisi isə aşağıdakı ifadə ilə təyin olunur:

$$W = U - V \quad (13)$$

**II. Fiziki və həndəsi qeyri- xətti lövhə üçün ümumi deformasiya.** Göstərilən qoyuluşda məsələnin həlli lövhənin deformasiyalar enerjisi aşağıdakı düsturla təyin edilir [4]:

$$U = \frac{1}{2} E \iiint \left\{ \left[ (e_x - z\chi_x)^2 + (e_y - z\chi_y)^2 + (e_x - z\chi_x)(e_y - z\chi_y) + \frac{1}{4}(e_{xy} - 2z\chi_{xy})^2 \right]^2 - \right. \\ \left. - \frac{1}{4} E_1 \cdot \left[ (e_x - z\chi_x)^2 + (e_y - z\chi_y)^2 + (e_x - z\chi_x)(e_y - z\chi_y) + \frac{1}{4}(e_{xy} - 2z\chi_{xy})^2 \right]^4 \right\} dx dy \quad (14)$$

burada  $e_x, e_y, e_{xy}$  – lövhənin boyuna və eninə deformasiyaları, habelə onun orta səthinin sürüşmə deformasiyalarıdır:

$$e_x = \frac{\partial u_o}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2; \quad e_y = \frac{\partial v_o}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2; \quad e_{xy} = \frac{\partial u_o}{\partial x} + \frac{\partial v_o}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial y}. \quad (15)$$

(15) ifadəsini (14)-də yerinə yazıb lövhənin deformasiya enerjisinin yerdəyiçmələrlə ifadəsini alırıq. Xüsusi hal olaraq lövhəni [5] membran şəklində qəbul etsək, onun orta səthi – təkca dartılmaya məruz qalacaqdır. Ona görə də (14) ifadəsindən potensial enerjisini almaq üçün  $\chi_x = \chi_y = \chi_{xy} = 0$  qəbul edirik və alınmış düsturu  $z$ -ə görə inteqrallayıb aşağıdakı şəkllə salırıq:

$$U = \frac{2}{9} E h^3 \int_0^a \int_0^b (e_x^2 + e_y^2 + e_x e_y + e_{xy}^2)^2 dx dy -$$

$$- \frac{4}{45} E_1 h^5 \int_0^a \int_0^b (e_x^2 + e_y^2 + e_x e_y + e_{xy}^2)^4 dx dy \quad (16)$$

burada  $h$  – membranın qalınlığıdır.

(15) ifadələrini (16)–da yerinə yazıb potensial enerjisini yerdəyişmələrlə ifadə edirik:

$$U = \frac{2}{9} E h^3 \int_0^a \int_0^b \left\{ \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right]^2 + \left[ \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]^2 + \right.$$

$$\left. + \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \left[ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{1}{4} \left[ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \right]^2 \right\} dx dy +$$

$$+ \frac{4}{45} E_1 h^5 \int_0^a \int_0^b \left\{ \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right]^2 + \left[ \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]^2 + \right.$$

$$\left. + \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \left[ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{1}{4} \left[ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \right]^2 \right\} dx dy \quad (17)$$

Lövhənin yalnız bir vertical intensivliyi  $q$  olan yayılmış xarici qüvvələrin təsirindən görülən iş aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$V = q \int_0^a \int_0^b w dx dy \quad (18)$$

Məsələnin həllini  $u$ ,  $\mathcal{G}$  və  $W$  triqonometrik funksiyalar şəklində tərtib edək. Məsələn olaraq planda kvadrat membran ( $a = b$ ) götürək və onun konturu üzrə bütün yerdəyişmələri sıfıra bərabər olan qəbul edirik:

$$u = c \cdot \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{2a};$$

$$\mathcal{G} = c \cdot \sin \frac{\pi y}{a} \cos \frac{\pi x}{2a}; \quad (19)$$

$$w = w_o \cdot \cos \frac{\pi y}{2a} \cos \frac{\pi x}{2a}.$$

(19) ifadələrini (17) və (18) – də yerinə yazıb inteqralları hesablayaraq  $c$  və  $w_o$  iki parametrlərin funksiyaları olan xarici və daxili qüvvələrin gördüyü işlərin ifadələrini alırıq. Bu halda həmin aşağıdakı variasiya tənliklərindən  $a$  və  $w_o$  ifadələri alınır:

$$1) \frac{\partial W}{\partial c} = 0; \quad 2) \frac{\partial W}{\partial w_o} \delta w_o = q \int_{-a}^{+a} \int_{-a}^{+a} \delta w_o \cdot \cos \frac{\pi x}{2a} \cdot \cos \frac{\pi y}{2a} dx dy \quad (20)$$

Sonuncu tənliklərinə daxil olan inteqrallar çox mürəkkəb olduqlarından, onları yalnız təqribi üsullarla həll etmək mümkündür.

Sərt – plastiki membran üçün məsələnin həllini daha sadə üsulla almaq mümkündür [6].

Lövhə üçün (4) ifadəsini müəyyən dəqiqliklə aşağıdakı şəkildə qəbul etmək mümkündür:

$$e_i = \frac{2}{\sqrt{3}}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \quad (21)$$

Bu ifadəni almaq üçün (4) ifadəsini bu şəkllə salaq:

$$e_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{(\varepsilon_x + \varepsilon_y)^2 + \frac{1}{4} \gamma_{xy}^2 - \varepsilon_x \varepsilon_y},$$

buradan birinci kökaltı həddini çıxarıb alırıq:

$$e_i = \frac{2}{\sqrt{3}}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \sqrt{1 + \frac{\frac{1}{4} \gamma_{xy}^2 - \varepsilon_x \varepsilon_y}{(\varepsilon_x + \varepsilon_y)^2}}$$

Sonuncu ifadədəki kökaltının ikinci həddi birinci (1) həddinə nisbətən kiçik olduğundan nəzərdən atılır və (21) ifadəsi təsdiqlənir. (15) ifadələrini (21) düsturunda yerinə yazıb alırıq:

$$e \approx \frac{2}{\sqrt{3}}(e_x + \chi_x z + e_y + \chi_y z) = \frac{2}{\sqrt{3}}(e + \chi z) \quad (22)$$

$$\text{burada } e = e_x + e_y, \chi = \chi_x + \chi_y \quad (23)$$

(21) ifadəsini (7)–də yerinə yazıb və müvafiq inteqralladıqdan sonra deformasiya enerjisi aşağıdakı şəkli alır:

$$U = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_a h \int_{-a}^{+a} \int_{-a}^{+a} \int e \, dx \, dy, \quad (24)$$

burada (23) – dən  $e = e_x + e_y$  ifadəsində (15) ifadəsindən birinci iki düsturları yerinə yazıb alırıq:

$$e = \frac{\partial u_o}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{G}_o}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (25)$$

Sonuncu ifadədə yerdəyişmələr üçün xüsusi işarələr qəbul edək:

$$u = c\bar{u}; \quad \mathcal{G} = c_1 \bar{\mathcal{G}}; \quad w = w_o \bar{w} \quad (26)$$

(26) – nı nəzərə almaqla (25) ifadəsini (24) – də yerinə yazıb alırıq [7]

$$U = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_a h \left[ c \cdot I_1 + c_1 \cdot I_2 + \frac{w_o^2}{2} I_3 \right] \quad (27)$$

burada

$$I_1 = \int_{-a}^{+a} \int_{-b}^{+b} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \, dx \, dy; \quad I_2 = \int_{-a}^{+a} \int_{-b}^{+b} \frac{\partial \bar{\mathcal{G}}}{\partial y} \, dx \, dy; \quad (28)$$

$$I_3 = \int_{-a}^{+a} \int_{-b}^{+b} \left[ \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \, dx \, dy. \quad (29)$$

Xarici qüvvələrin potensialının dəyişməsi aşağıdakı kimidir:

$$V = \int_{-a}^{+a} \int_{-b}^{+b} q w_o \bar{w} \, dx \, dy = q w_o I_4, \quad (30)$$

burada

$$I_4 = \int_{-a}^{+a} \int_{-b}^{+b} \bar{w} \, dx \, dy \quad (31)$$

Deformasiyanın tam enerjisini alırıq:

$$W = U - V = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_a h \left( c \cdot I_1 + c_1 \cdot I_2 + \frac{w_o^2}{2} I_3 \right) - q w_o \cdot I_4 \quad (32)$$

(32)-ni  $w_o$  – a görə diferensiallayıb və törəməni sıfıra bərabərləşdirib gərginliklərlə deformasiyalar arasındakı asılılığı alırıq:

$$d = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_a h \frac{I_3}{I_4} - w_o, \quad (33)$$

Buradan görünür ki, əyinti ilə yük arasında xətti asılılıq mövcuddur və bu hal təcrübə ilə təsdiqlənir. Yükün qiyməti  $I_3/I_4$  inteqrallar nisbəti ilə müəyyən olunurlar, hansılara ki,  $u$  və  $\mathcal{G}$  boyunca yerdəyişmələr funksiyaları daxil deyillər.

### III. Fiziki və həndəsi qeyri – xətti lövhələrin və yatıq qabıqların təqribi hesablama üsulu.

Göstərilən təqribi hesablama üsulunu deformasiyaların intensivliyi üçün (21) sadələşdirilmiş düsturu üzərində qurmaq mümkündür. Nəzərə almaq lazımdır ki, bu düsturdan konturlarının yerdəyişmələri mümkün olan qabıqlar üçün qəbul edilən dəqiqliklə tətbiq etmək olar [8]. (21) ifadəsini (6)–da yerinə yazıb daxili qüvvələrin işinin (potensial enerjisinin) ifadəsini alırıq:

$$U = \iint \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[ \frac{2}{3} E (e + \chi_z)^2 - \frac{4}{9} E_1 (e + \chi_z)^4 \right] dx dy dz \quad (34)$$

Sonuncu ifadəni  $z$  – ə görə inteqrallayıb alırıq:

$$U = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_a \iint \left\{ \frac{2}{3} E \cdot \left[ \frac{\left( e + \chi \frac{h}{2} \right)^3 - \left( e - \chi \frac{h}{2} \right)^3}{\chi} \right] - \frac{4}{9} E_1 \cdot \left[ \frac{\left( e + \chi \frac{h}{2} \right)^5 - \left( e - \chi \frac{h}{2} \right)^5}{\chi} \right] \right\} dx dy \quad (35)$$

Burada ikiqat inteqral qabığının bütün dayaq sahəsini əhatə edir. Bununla əlaqədar olaraq qüvvə ilə əyinti arasındakı asılılığın ümumi xarakterini təyin edək. Bunun üçün kubatur düsturla hesablamalarda [9] təkcə bir sıfır nöqtəsi ilə kifayətlənək:

$$U = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_a \left\{ \frac{\frac{2}{3} E \cdot \left[ \left( e_o + \chi_o \frac{h}{2} \right)^3 - \left( e_o - \chi_o \frac{h}{2} \right)^3 \right]}{\chi_o} - \frac{\frac{4}{9} E_1 \cdot \left[ \left( e_o + \chi_o \frac{h}{2} \right)^5 - \left( e_o - \chi_o \frac{h}{2} \right)^5 \right]}{\chi_o} \right\} dx dy \quad (36)$$

Burada  $e_o$  və  $\chi_o$  (23) kəmiyyətlərinin  $(a/2, b/2)$  koordinatlarının  $\mathcal{A}$  nöqtəsindəki (şək. 1) qiymətləridir. (23) düsturlarını nəzərə alaraq aşağıdakı ifadəsini qəbul edirik:

$$e_o = (e + e_1)a_o - (k_x + k_y)w_o \bar{w}_o - \frac{w_o^2}{2}b_o \tag{37}$$

burada  $a_o, \bar{w}_o, b_o - u, \vartheta$  və  $W$  funksiyaları və onların törəmələrini koordinatları  $(a/2, b/2)$  olan nöqtəsində qiymətlərini ifadə edən bəzi məchul əmsallarıdır. ilə qabığın ortasındakı əyinti işarə edilmişdir. (37) düsturunu tərtib etdikdə (26) ifadəsi nəzərə alınmışdır (10).

Digər fərziyyə ondan ibarətdir ki,  $\alpha, \alpha_1$  və  $w_o$  əmsalları ilə asılılıq xəttini nəzəriyyəyə uyğun qəbul edirik:

$$\left. \begin{aligned} c &= w_o k_x a_1 - \frac{w_o^2}{2} a_2; \\ c_1 &= w_o k_y b_1 - \frac{w_o^2}{2} b_2, \end{aligned} \right\} \tag{38}$$

burada  $a_1, a_2, b_1, b_2 -$  təyin edilməsi tələb olunan bəzi əmsallardır. (38) ifadələrini tərəf – tərəfə toplayaq:

$$c + c_1 = w_o - (k_x + k_y)(a_1 + b_1) - \frac{w_o^2}{2}(a_2 + b_2) \tag{39}$$

(39) – u (37) – də yerinə yazıb alırıq:

$$e_o = w_o(k_x + k_y) \cdot s + \frac{w_o^2}{2}m, \tag{40}$$

burada

$$s = (a_1 + b_1)a_o - \bar{w}_o; \quad m = b_o - (a_2 + b_2)a_o \tag{41}$$

Xarici qüvvələrin işi üçün (12) düsturunu, habelə (41) asılılığını nəzərə alaraq, sistemin tam enerjisinin ifadəsini təyin edirik [11]

$$W = \frac{2}{\sqrt{3}}ab\sigma_a \left\{ \frac{\frac{2}{3}E \cdot \left[ \left( e_o + \chi_o \frac{h}{2} \right)^3 - \left( e_o - \chi_o \frac{h}{2} \right)^3 \right]}{\chi_o} - \frac{\frac{4}{9}E_1 \cdot \left[ \left( e_o + \chi_o \frac{h}{2} \right)^5 - \left( e_o - \chi_o \frac{h}{2} \right)^5 \right]}{\chi_o} \right\} q w_o \frac{16ab}{\pi^2} \tag{42}$$

Bu ifadədən  $w_o - a$  görə törəmə alıb qüvvə ilə əyinti arasındakı asılılığı müəyyən edirik. Bu asılılıq (40) ifadəsi qiymətlərini yerinə yazıb aşağıdakı şəkli alır (düstur silindrik planda kvadratik qabıq üçün  $k_y = 0; b = a$  olduğu halda alınmışdır):

$$q = \frac{2\pi^2\sigma_a}{\sqrt{3}} \left[ \frac{B(3cw_o - B) - \bar{B}(3\bar{c}w_o - \bar{B})}{w_o^2 \cdot c_o} - \frac{B(5cw_o - B) - \bar{B}(5\bar{c}w_o - \bar{B})}{w_o^2 \cdot c_o} \right] \tag{43}$$

Burada:

$$\left. \begin{aligned} B &= w_o k_x s + \frac{w_o^2}{2} m + \frac{h}{2} c_o w_o; \\ \bar{B} &= w_o k_x s + \frac{w_o^2}{2} m - \frac{h}{2} c_o w_o; \\ c &= w_o b_o - w \cdot k_x + \frac{h}{2} c_o; \\ \bar{c} &= w_o b_o - w \cdot k_x - \frac{h}{2} c_o \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

Aşağıdakı ölçüsüz parametrləri daxil edək:

$$p = \frac{q(2a)^4}{Eh^4}; \quad \frac{w_o}{h} = \xi; \quad \frac{f_o}{h} = \xi_o; \quad k_x = \frac{1}{R} = \frac{2f_o}{a^2} = \frac{2\xi_o h}{a^2} \quad (45)$$

burada  $f_o$  – qabığın ilkin qalxması;  $a$  – qabığın kvadrat oturma planının tərəfinin yarısı.

(44) ifadələrində bəzi ölçüləri uyğun kəmiyyətlər qəbul olunmuşdur:

$$m = \frac{\bar{m}}{a^2}; \quad b_o = \frac{\bar{b}_o}{a^2}; \quad c_o = \frac{\bar{c}_o}{a^2} \quad (46)$$

(45) və (46) ifadələrini (44) – də yerinə yazıb alırıq:

$$\left. \begin{aligned} B &= \frac{h^2}{a^2} \left( 2s\xi_o + \frac{m}{2}\xi + \frac{\bar{c}_o}{2} \right) = \frac{h^2}{a^2} b^* \xi; \\ \bar{B} &= \frac{h^2}{a^2} \left( 2s\xi_o + \frac{m}{2}\xi - \frac{\bar{c}_o}{2} \right) = \frac{h^2}{a^2} \bar{b}^* \xi; \\ c &= \frac{h}{a^2} \left( \bar{b}_o \xi - 2\bar{w}_o \xi_o + \frac{\bar{c}_o}{2} \right) = \frac{h}{a^2} c^*; \\ \bar{c} &= \frac{h}{a^2} \left( \bar{b}_o \xi - 2\bar{w}_o \xi_o - \frac{\bar{c}_o}{2} \right) = \frac{h}{a^2} \bar{c}^* \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

(45) və (47) ifadələrini (43) – də yerinə yazıb alırıq:

$$P = D_k \left\{ [(b^*)(3\bar{c}^* - b^*) - (\bar{b}^*)(3c^* - \bar{b}^*)] - [(b^*)(5\bar{c}^* - b^*) - (\bar{b}^*)(5c^* - \bar{b}^*)] \right\} \cdot \xi^*, \quad (48)$$

burada

$$\left. \begin{aligned} b^* &= 2s\xi_o + \frac{m}{2}\xi + \frac{\bar{c}_o}{2}; \\ \bar{b}^* &= 2s\xi_o + \frac{m}{2}\xi - \frac{\bar{c}_o}{2}; \\ c^* &= \bar{b}_o \xi - 2\bar{w}_o \xi_o + \frac{\bar{c}_o}{2}; \\ \bar{c}^* &= \bar{b}_o \xi - 2\bar{w}_o \xi_o - \frac{\bar{c}_o}{2}; \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

$$D_k = \frac{2\pi^2 \sigma_o}{\sqrt{3}}. \quad (50)$$



(49) ifadələrindəki məchul əmsalları  $(\bar{m}, \bar{b}_o, s, \bar{w}_o, \bar{c}_o)$  aşağıdakı şərtlərdən təyin edirik [12].

1.  $k = 0$ ;  $A = \sigma_o$ ;  $\xi_o = 0$  olduqda (48) ifadəsi  $\sigma_o = \sigma_{mh}$  (mütənasib həddi ilə əvəz edildikdə) (48) düsturu aşağıdakı şəkllə düşür:

$$q = \frac{\pi^4 \sigma_{mh} \sigma_o h}{16a^2 \sqrt{3}} \quad (51)$$

2.  $k = 1$ ;  $A = E$  olduqda (48) ifadəsi bu şəkli alır:

$$P = \alpha_1 \xi^3 + \alpha_2 \xi^2 \xi_o + \alpha_3 \xi \xi_o^2 + \alpha_4 \xi. \quad (52)$$

(48) düsturundan 1 və 2 şərtlərini ümumiləşdirib qüvvə ilə əyinti arasında iki asılılıqları alırıq:

1.  $k = 0$ ;  $A = \sigma_{mh}$ :

$$q = \frac{\pi^2 \bar{b}_o w_o h}{3\sqrt{3} a^2} \sigma_{mh}; \quad (53)$$

2.  $k = 1$ ;  $A = E$ :

$$P = \frac{16\pi^2}{9} \bar{m} \bar{b}_o \xi^3 - \frac{32}{9} \pi^2 (2s \bar{b}_o - \bar{m} \bar{w}_o) \xi_o \xi^2 - \frac{128\pi^2}{9} s \bar{w}_o \xi_o^2 \xi + \frac{8\pi^2}{27} \bar{c}_o^2 \xi. \quad (54)$$

(52)-ni (51) ilə, (54)-ü isə (52) ilə müqayisə edib  $\bar{b}_o, \bar{m}, s, \bar{w}_o$  və  $\bar{c}_o$  beş əmsallarının təyin edilməsi üçün aşağıdakı beş tənlikləri alırıq:

$$\left. \begin{aligned} \bar{b}_o &= \frac{3\pi^2}{9}; & \frac{16\pi^2}{9} \bar{b}_o \bar{m} &= \alpha_1; \\ \frac{32\pi^2}{9} (2s \bar{w} - \bar{m} \bar{w}_o) &= \alpha_2; \\ -\frac{128\pi^2}{9} \bar{w}_o s &= \alpha_3; & -\frac{8\pi^2}{27} \bar{c}_o^2 &= \alpha_4 \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

(55) tənliklər sistemini həll edib həmin əmsalları tapırıq:

$$\left. \begin{aligned} \bar{b}_o &= \frac{3\pi^2}{9}; & \bar{m} &= \frac{3\alpha_1}{\pi^4}; & s &= \frac{3\alpha_2}{8\pi^4} \beta_{1,2}; \\ \bar{w}_o &= -\frac{3\pi^2}{16} \frac{\alpha_3}{\beta_{1,2}} = \frac{3\pi^2}{64} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \beta_{1,2}; \\ \bar{c}_o &= \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{\alpha_4}}{\pi} \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

## Ədəbiyyat

1. Броуде Б.М. Роль нелинейных задач в расчёте конструкций. Физически и геометрически нелинейные задачи теории пластин и оболочек. Тарту, изд. Тартуского университета, 1966
2. Петров В.В., Овчинников И.Г., Ярославский В.И. Расчёт пластинок и оболочек из нелинейно-упругого материала. Саратов, изд. Саратовского университета, 1976
3. Проскурина В.М. Учёт физической нелинейности в задачах об изгибе гибких пластинок: Науч. докл. высшей школы. Серия: Строительство, № 2. Советская наука, 1958
4. Феодосьев В.И. Геометрически нелинейные задачи теории пластин и оболочек. Труды VI Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. М.Наука, 1966
5. Лукаш П.А. О некоторых зависимостях между напряжениями и деформациями в нелинейной теории упругости. Исследования по теории сооружений. Стройиздат, 1975

6. Цурков И.С. К вопросу об упругопластическом изгибе металлических панелей пологих оболочек при конечных прогибах. Инженерный журнал А.Н.СССР, 1961
7. Цурпал И.А. Расчёт элементов конструкций из нелинейно– упругих материалов. Киев, Техника, 1976
8. Лукаш П.А. Основы нелинейной строительной механики. М., Стройиздат, 204с. 1978
9. Корнишин М.С. Нелинейные задачи теории пластин и пологих оболочек и методы их решения. Наука, 1964
10. Sadiqov İ.R. Qeyri– bircinsli ortotrop çevik yatiq qabıqların qeyri– xətti elastiki deformasiyası. Azərbaycan Mühəndislik Akademiyası, elmi əsərləri, 2016
11. Садигов И.Р. Нелинейно–упругие деформации гибких цилиндрических оболочек открытого профиля с переменной толщиной. Известия А.Н. Азербайджана, серия физ. мат. и техн. наук, том XVI, № 1–3, 1995

## References

1. Broude B.M. Rol' nelinejnyh zadach v raschyote konstrukcij. Fizicheski i geometricheski nelinejnye zadachi teorii plastin i obolocek. Tartu, izd. Tartuskogo universiteta, 1966
2. Petrov V.V., Ovchinnikov I.G., Yaroslavskij V.I. Raschyot plastinok i obolocek iz nelinejno– uprugogo materiala. Saratov, izd. Saratovskogo universiteta, 1976
3. Proskurina V.M. Uchyot fizicheskoj nelinejnosti v zadachah ob izgibe gibkih plastinok: Nauch. dokl. vysshej shkoly. Seriya: Stroitel'stvo, № 2. Sovetskaya nauka, 1958
4. Feodos'ev V.I. Geometricheski nelinejnye zadachi teorii plastin i obolocek. Trudy VI Vsesoyuznyj konferencii po teorii obolocek i plastin. M.Nauka, 1966
5. Lukash P.A. O nekotoryh zavisimostyah mezhdu napryazheniyami i deformacijami v nelinejnoj teorii uprugosti. Issledovaniya po teorii sooruzhenij. Strojizdat, 1975
6. Curkov I.S. K voprosu ob uprugoplasticheskom izgibe metallicheskih panelej pologih obolocek pri konechnyh progibah. Inzhenernyj zhurnal A.N.SSSR, 1961
7. Curpal I.A. Raschyot elementov konstrukcij iz nelinejno– uprugih materialov. Kiev, Tekhnika, 1976
8. Lukash P.A. Osnovy nelinejnoj stroitel'noj mekhaniki. M., Strojizdat, 204s. 1978
9. Kornishin M.S. Nelinejnye zadachi teorii plastin i pologih obolocek i metody ih resheniya. Nauka, 1964
10. Sadiqov I.R. Qeyri– bircinsli ortotrop evik yatiq qabıqların qeyri– xətti elastiki deformasiyası. Azərbaycan Muhəndislik Akademiyası, Elmi eserleri, 2016
11. Sadigov I.R. Nelinejno–uprugie deformacii gibkih cilindriceskih obolocek otkrytogo profilya s peremennoj tolshchinoj. Izvestiya A.N. Azerbajdzhana, seriya fiz. mat. i tekhn. nauk, tom XVI, № 1–3, 1995

*Məqaləyə istinad: Sadiqov İ.R. Fiziki və həndəsi qeyri– xətti lövhələr və yatiq qabıqların deformasiyasına dair məsələlər. Elmi Əsərlər jurnalı/ Scientific works. AzMIU, s. 187-196, N2, 2023*

*For citation: Sadigov I.R. Physical and geometric problems of deformation of non-linear plates and bearing shells. Elmi Əsərlər jurnalı/ Scientific works. AzUAC, p. 187-196, N2, 2023*

***Məqalə INTERNATIONAL CONGRESS ON ADVANCED EARTHQUAKE RESISTANT STRUCTURES (AERS2023) adlı konfrans materialıdır.***